

Esercitazione 12 gennaio 2015

Matematica Applicata Ingegneria Biomedica

Patricia Díaz de Alba

1. **(Esercizio 1, Prova 31 marzo 2014)**. Eseguire la fattorizzazione $PA = LU$ della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

e calcolare, mediante la fattorizzazione trovata, il determinante, l'inversa e il numero di condizionamento rispetto alle norme con indice 1 e ∞ della matrice A .

2. **(Esercizio 3, Prova 21 febbraio 2014)**. Dare una condizione necessaria e sufficiente per la convergenza del metodo iterativo di Jacobi applicato al sistema lineare dipendente dal parametro α

$$\begin{cases} x_1 + \alpha x_3 = 8 \\ x_2 = 4 \\ \alpha x_1 + x_3 = 8 \end{cases}$$

Posto $\alpha = \frac{1}{2}$ calcolare le due prime iterate $x^{(1)}$ e $x^{(2)}$ a partire da un vettore iniziale a scelta.

3. **(Esercizio 4, Prova 10 gennaio 2014 - Compito 1)**. Trasformare il seguente problema del secondo ordine in un sistema del primo ordine

$$\begin{cases} y'' = x^2 y - x y', x \in [2, 5] \\ y(2) = 1, y'(2) = 0 \end{cases}$$

e utilizzare il metodo di Eulero esplicito con passo $h = \frac{1}{2}$ per approssimare la sua soluzione sui primi due punti della discretizzazione risultante.

4. **(Esercizio 3, Prova 14 novembre 2014)**. Considerata la seguente formula alle differenze finite per la risoluzione numerica di un problema di Cauchy

$$\begin{cases} \eta_{i+1} = \eta_i + \frac{h}{5} [2f(x_i, \eta_i) + \alpha f(x_i + 3\beta h, \eta_i + 3\beta h f(x_i, \eta_i))] \\ \eta_0 = y_0 \end{cases}$$

dire per quali valori dei parametri α e β è consistente e per quali valori il suo ordine è almeno 2. Questo metodo è stabile? Perché? Dire se il seguente metodo multistep è stabile

$$\eta_{k+2} = -\frac{1}{2}\eta_{k+1} + \frac{3}{2}\eta_k + \frac{5}{2}hf(x_k, \eta_k)$$